EXERCICE№21

1) $\sqrt[3]{x}=\sqrt[4]{2} \Leftrightarrow x=(\sqrt[4]{2})^3 \Leftrightarrow x=\sqrt[4]{8} \Rightarrow S_{\mathbb{R}}=\left\{\sqrt[4]{8}\right\}$

2) $\sqrt[5]{x^2}=\sqrt[3]{3} \Leftrightarrow x^2=(\sqrt[3]{3})^5 \Leftrightarrow x=\sqrt[6]{3^5}$ ou $x=-\sqrt[6]{3^5} \Rightarrow S_{\mathbb{R}}=\left\{\sqrt[6]{3^5},-\sqrt[6]{3^5}\right\}$

3) $\sqrt[3]{x^2}-3.\sqrt[3]{x}+2=0$

dans $\mathbb{R}_+$: $(E) \Leftrightarrow (\sqrt[3]{x})^2-3.\sqrt[3]{x}+2=0$ on pose $t=\sqrt[3]{x}$

l'équation devient : $t^2-3t+2=0 \Rightarrow t=1$ ou $t=2$

$t=1 \Leftrightarrow \sqrt[3]{x}=1 \Leftrightarrow x=1$ *et* $t=2 \Leftrightarrow \sqrt[3]{x}=2 \Leftrightarrow x=8 \Rightarrow S_{\mathbb{R}}=\{1,8\}$

4) $(1-\sqrt[4]{x})^3+8=0 \Leftrightarrow (\sqrt[4]{x}-1)^3=8 \Leftrightarrow \sqrt[4]{x}-1=2 \Leftrightarrow \sqrt[4]{x}=3$

$\Leftrightarrow x=3^4 \Leftrightarrow x=81 \quad \Rightarrow S_{\mathbb{R}}=\{81\}$

EXERCICE№22

* $\lim\limits_{x\to+\infty}(x^2-x+1)=\lim\limits_{x\to+\infty}x^2=+\infty$ *d'où* $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt[3]{(x^2-x+1)}=+\infty$

* $\lim\limits_{x\to+\infty}x-\sqrt[3]{x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt[3]{x}.\left[\sqrt[3]{x^2}-1\right]=+\infty$

* on pose $f(x)=\sqrt[3]{x}$ f est dérivable sur $]0,+\infty[$ et $f'(x)=\dfrac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$

$$\lim_{x\to2}\frac{\sqrt[3]{x}-\sqrt[3]{2}}{x-2}=\lim_{x\to2}\frac{f(x)-f(2)}{x-2}=f'(2)=\frac{1}{3\sqrt[3]{4}}$$

* $\sqrt[4]{x}=\sqrt[4]{\sqrt[3]{x^3}}=\sqrt[12]{x^3}$; $\sqrt[3]{x}=\sqrt[3]{\sqrt[4]{x^4}}=\sqrt[12]{x^4}$; $\sqrt{x}=\sqrt{\sqrt[6]{x^6}}=\sqrt[12]{x^6}$

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt[3]{x}-\sqrt{x}}{\sqrt[4]{x}}=\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt[12]{x^4}-\sqrt[12]{x^6}}{\sqrt[12]{x^3}}=\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt[12]{x^4}}{\sqrt[12]{x^3}}-\frac{\sqrt[12]{x^6}}{\sqrt[12]{x^3}}$$

$$=\lim_{x\to+\infty}\sqrt[12]{x}-\sqrt[12]{x^3}=\lim_{x\to+\infty}\sqrt[12]{x}.(1-\sqrt[12]{x^2})=-\infty$$

Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn